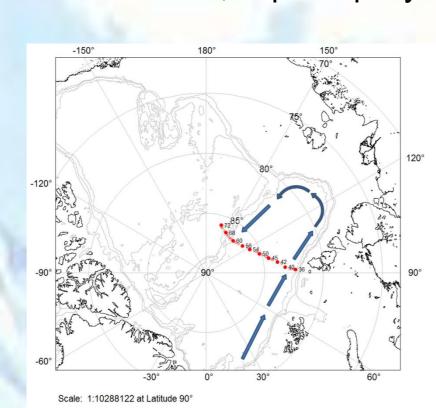


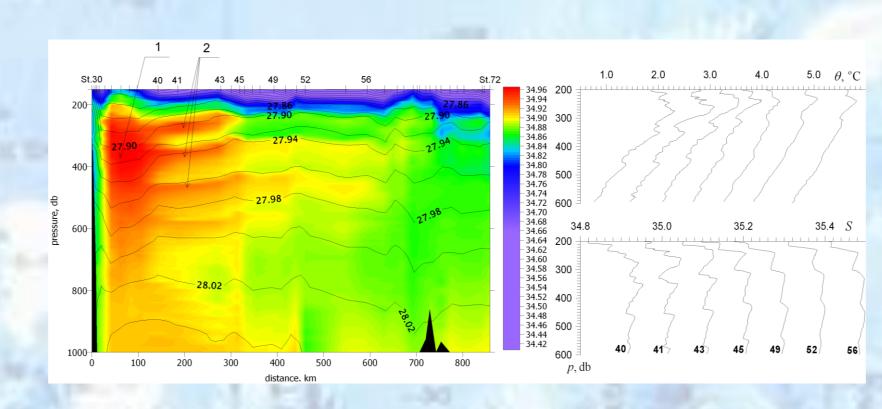
СПЕКТРАЛЬНАЯ ЗАДАЧА ТИПА ОРРА-ЗОММЕРФЕЛЬДА ДЛЯ АНАЛИЗА НЕУСТОЙЧИВОСТИ ТЕЧЕНИЙ В АРКТИЧЕСКОМ БАССЕЙНЕ

Кузьмина Н.П.¹, Скороходов С.Л.², Журбас Н.В.¹, Лыжков Д.А.¹

¹ Институт океанологии РАН ² ФИЦ "Информатика и Управление" РАН

Анализируется неустойчивость геострофических течений с линейным вертикальным сдвигом скорости применительно к описанию образования интрузий во фронтальных зонах Арктического бассейна, характеризующихся абсолютно устойчивой стратификацией (рис.1 и 2).





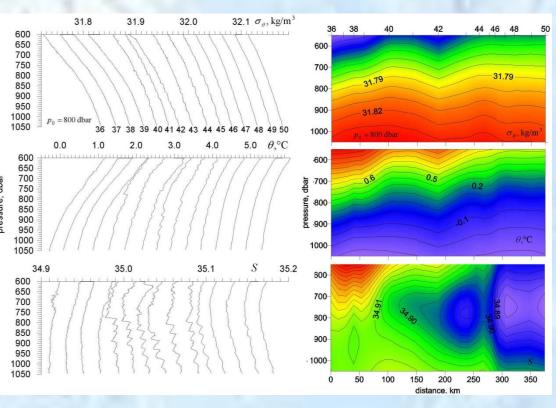


Рис.1. Расположение станций ледокола «Polarstern» (1996) . Рис. 2. Интрузии промежуточного слоя (слева), интрузии в верхнем слое Полярной воды (справа)

Актуальность исследования вытекает из следующих положений: а) диссипативные процессы (вертикальное трение и вертикальная диффузия плавучести) могут оказывать существенное влияние на неустойчивость геострофических течений; б) при описании неустойчивости геострофических течений в некоторых случаях (в частности, когда течение переносит воду с T,S-индексами, отличающимися от T,S-индексов окружающих вод) важно учитывать линейный вертикальный сдвиг геострофической скорости. Для исследования устойчивых и неустойчивых возмущений течения с линейным вертикальным сдвигом скорости используется уравнение потенциального вихря в квазигеострофическом приближении, представленное в размерном виде в работах [1,2], и в безразмерном виде — в работе [3]. Поэтапно рассматривались различные задачи:

Спектральная задача для ограниченного по вертикали слоя сводится к следующему уравнению и граничным условиям (подробнее см. [3]) :

исследование неустойчивости в ограниченном по вертикали слое и задача на сшивку решений, когда слой состоит из трех областей.

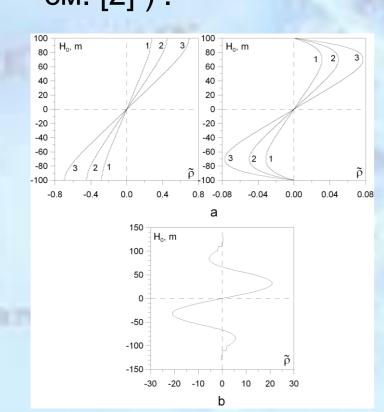
$$\left(1 - z^2 - c\left(\frac{d^2F}{dz^2} - Bu \cdot (k^2 + \pi^2)F\right) + 2F = \frac{1}{ikR}\left(\frac{d^4F}{dz^4} - \Pr \cdot Bu \cdot (k^2 + \pi^2)\frac{d^2F}{dz^2}\right) , \text{(1)}; \quad -c\frac{dF}{dz} + 2zF = \frac{1}{ikR}\frac{d^3F}{dz^3} , \quad z = \pm 1 \text{ (2)}; \quad \frac{d^2F}{dz^2} = 0 , \quad z = \pm 1 , \quad \text{(3)}$$

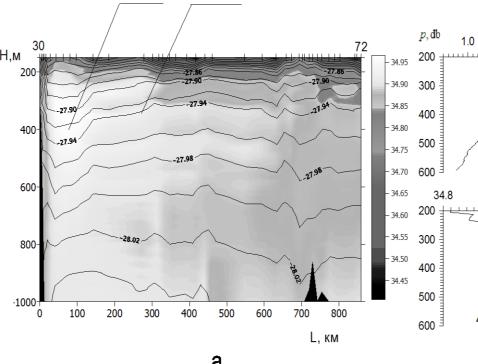
где F(z) - возмущение давления, k – безразмерное волновое число вдоль течения, R = Pe·H/L, Pe – число Пекле (аналог числа Рейнольдса), H – вертикальный масштаб слоя, L – поперечный масштаб течения, Bu – число Бургера, Pr – число Прандтля, c=c1+ic2 – комплексная фазовая скорость. Как видно из (1)-(3) существуют сходства и различия данной спектральной задачи с задачей Орра-Зоммерфельда для течения Пуазейля. Уравнения (2) - условия отсутствия потоков плавучести на границах слоя.

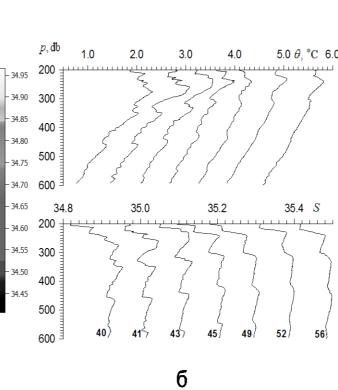
• Первый этап. Задача анализа неустойчивых и устойчивых мод в ограниченном по вертикали слое в приближении длинных возмущений, $\delta^2 = Bu \cdot (k^2 + \pi^2) << 1$, Pr~1 [2]:

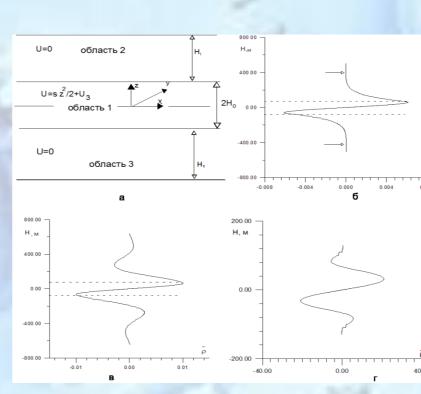
$$F = F_1 + \delta^2 \cdot F_2 + \dots \quad (1 - z^2 - c) \frac{dF_1}{dz} + 2zF_1 = \frac{1}{ikR} \frac{d^3 F_1}{dz^3} \qquad (4) \qquad \frac{d^2 F_1}{dz^2} = 0 \quad (5)$$

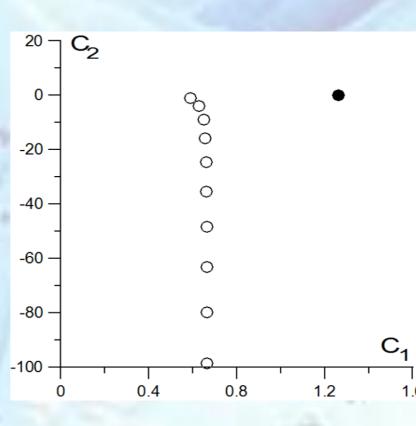
Найдены общие аналитические решения (4), (5) для некоторых значений параметра *с* (рис.3). Полученными решениями предложено описывать динамику длинноволновых возмущений в слое, если вертикальные циркуляции, возникающие из-за влияния трения, beta - эффекта и временной изменчивости относительной завихренности, пренебрежимо малы (очень малые величины параметра delta). Отличительной чертой неустойчивых мод является то, что фазовая скорость направлена по течению и превышает максимальную скорость среднего потока, и, следовательно, ее нельзя отнести к неустойчивости критического слоя или бароклинной неустойчивости (подробнее см. [2]).











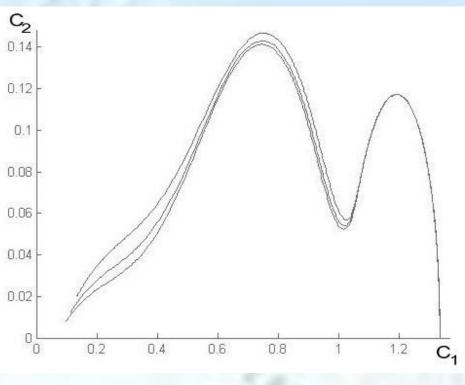


Рис. 3. Решения задачи (4), (5); первый этап

Рис.4. Решения для слоя, который состоит из 3-ех областей (слева); второй этап

Рис. 5: а) Спектр собственных значений (слева); третий этап; б) Траектории собственных значений (справа); четвертый этап

Второй этап. В приближении длинных волн рассматривалась задача исследования устойчивых и неустойчивых возмущений в слое, который состоит из трех областей. На основе аналитических рассмотрений решалась задача на сшивку решений [1]. Представлен анализ с учетом и без учета двойной диффузии (предложена простейшая параметризация двойной диффузии). Результаты применялись для объяснения образования крупномасштабных интрузий в Евразийском бассейне (рис.4).

Третий этап. В приближении длинных волн рассматривалась задача (4), (5) с дополнительным условием отсутствия протекания на границах слоя:

$$\int_{-1}^{1} (-z^{2} - c) F_{1}(z) dz - \frac{1}{ikR} \Pr(\frac{dF_{1}}{dz} \bigg|_{z=1} - \frac{dF_{1}}{dz} \bigg|_{z=-1}) = 0 . (6)$$

Полученными решениями предложено описывать динамику длинноволновых возмущений в слое, если вертикальные циркуляции, возникающие из-за влияния трения, beta-эффекта и временной изменчивости относительной завихренности, малы, но конечны. Задача решалась численным высокоточным методом, предложенным в работе [4]. Численные расчеты проверялись с помощью аналитических асимптотических оценок, сравнения зависимостей собственных значений от параметров задачи, полученных на основе численных расчетов и аналитических решений (подробнее см. работу [3]), а также численными расчетами задачи по методу, альтернативному методу [4]. На основе решения задачи было получено, что в спектре собственных значений существует значение, соответствующее неустойчивым возмущениям с фазовой скоростью, которая направлена вдоль потока и превышает его максимальную скорость. Это подтверждает выводы о новом типе неустойчивости, изложенные в работах [1,2]. На рис.5а представлены спектры собственных значений для нечетных собственных функций в координатных осях с1 и с2 и для kR = 10. Возмущения являются неустойчивыми, если с2>0.

Четвертый этап. На основе высокоточного метода решения дифференциальных уравнений четвертого порядка [4] рассматривалась задача (1)-(3) для различных значений параметров, типичных для Арктического бассейна. Решениями задачи удается описать различные виды неустойчивости и показать, что диапазон изменения волнового числа неустойчивых мод является широким. На рис. 5б приведены собственные значения неустойчивых мод в координатных осях с1, с2 и в широком диапазоне изменения волнового числа и значений параметров задачи *R*=10, *Bu*=0.0001, *Pr*=1; 4; 10.

• Некоторые выводы.

- Неустойчивые моды, которые описываются полученными решениями при с1> 1, нельзя отнести к бароклинной неустойчивости или неустойчивости критического слоя. Полученная неустойчивость является новым видом неустойчивости геострофического течения с линейным вертикальным сдвигом скорости. Фазовая скорость неустойчивых возмущений зависит от волнового числа k: c1=c1(k). В зависимости от величины волнового числа k инкремент роста неустойчивых мод может меняться от месяца до года при значениях безразмерных параметров задачи, типичных для Арктического бассейна. Предложенный механизм образования интрузий в Арктическом бассейне в условиях абсолютно устойчивой стратификации является альтернативным к механизму дифференциального перемешивания.
- Исследования, представленные в докладе, поддерживались грантами РФФИ (проекты 15-05-01479 и 16-01-00781) и РНФ (проект 14-50-00095).
- Дополнительные независимые численные расчеты задачи (4)-(6) (третий этап исследования) проводились Н.В. Журбас по методу, альтернативному методу [4]; Эта часть работы поддерживалась грантом РНФ 17-77-10080.

• Литература

- 1.Кузьмина Н. П. Об одной гипотезе образования крупномасштабных интрузий в Арктическом бассейне // Фундаментальная и прикладная гидрофизика.— 2016. Т. 9. № 2. С. 15—26.
- 2. Kuzmina, N.P. Generation of large-scale intrusions at baroclinic fronts: an analytical consideration with a reference to the Arctic ocean // Ocean Science. 2016. V.12. P. 1269–1277. doi: 10.5194/05-12-1269-2016.
- 3. Кузьмина Н.П., Скороходов С.Л., Журбас Н.В., Лыжков Д.А.О неустойчивости геострофического течения с линейным вертикальным сдвигом скорости на масштабах интрузинного расслоения// Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 2017 (в печати).
- Физика атмосферы и океана. 2017 (в печати). • 4. Скороходов С.Л. Численный анализ спектра задачи Орра-Зоммерфельда// Журнал вычислительной математики и математической физики. – 2007. – Т. 47. – №10. – С.1672–1691.